

Matematický model trojfázového transformátora

¹Viliam BETKA, ²Martin KANÁLIK

^{1,2} Katedra elektroenergetiky, Fakulta elektrotechniky a informatiky, Technická univerzita v Košiciach, Slovenská republika

¹viliam.betka@student.tuke.sk, ²martin.kanalik@tuke.sk

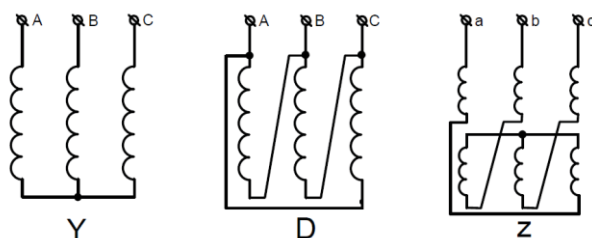
Abstrakt — Tento článok sa zaoberá návrhom matematických modelov trojfázových dvojvinut'ových transformátorov. Matematické modely môžu byť použité pre analýzu ustáleného chodu, analýzu porúch a analýzu harmonických zložiek v rozsiahlych elektrických systémoch s rozdielnymi napäťovými hladinami. Matematické modely sú vytvárané podľa spôsobu zapojenia vinutí primárnej a sekundárnej strany. Výsledné modely sú prezentované ako uzlové admitančné matice získané z náhradných schém transformátorov s uvažovaním vzájomnej indukčnosti medzi vinutiami.

Kľúčové slová — transformátor, zapojenie vinutí, model transformátora, uzlová admitančná matica, matematický model, analýza ustáleného chodu, harmonické zložky, analýza porúch, hviezda, trojuholník, lomená hviezda

I. ÚVOD

Transformátory tvoria dôležitú súčasť elektrizačnej sústavy. Sú nevyhnuté z dôvodu potreby zmeny napäťovej hladiny vhodnej pre diaľkové prenosy, alebo pre napájanie elektrických spotrebičov. Transformátory ovplyvňujú veľkosť strát, toky harmonických prúdov, skratové pomery, ale aj stratégiu ochrany sietí. Zámerom tohto článku je predstaviť modely transformátora, metódu ich prípadnej implementácie a využitia v rozsiahlych distribučných systémoch, s cieľom riešenia úloh ako analýza toku výkonov, výpočty skratov, systémových strát a pod. Jednou z významných výhod prezentovanej metodiky modelovania trojfázových transformátorov je možnosť použitia vytvorených matematických modelov aj na analýzy napäťových a prúdových pomerov v nesymetrických sústavách. V prípade popisovanej metodiky modelovania trojfázových transformátorov a následne analýzy napäťových a prúdových pomerov je zohľadnený aj vplyv hodinového uhla zapojenia jednotlivých vinutí.

Dvojvinut'ové trojfázové transformátory majú vstupné (primárne) a výstupné (sekundárne) vinutia. Vinutia jednotlivých strán môžu byť zapojené do trojuholníka, hviezdy alebo lomenej hviezdy. Rôzne kombinácie základných spôsobov zapojenia vinutí transformátora prinášajú odlišnosti napríklad v spôsobe šírenia sa harmonických zložiek a odlišnosti v hodinových uhloch. [1]



Obr. 1 Základné spôsoby zapojenia vinutí trojfázových transformátorov [1]

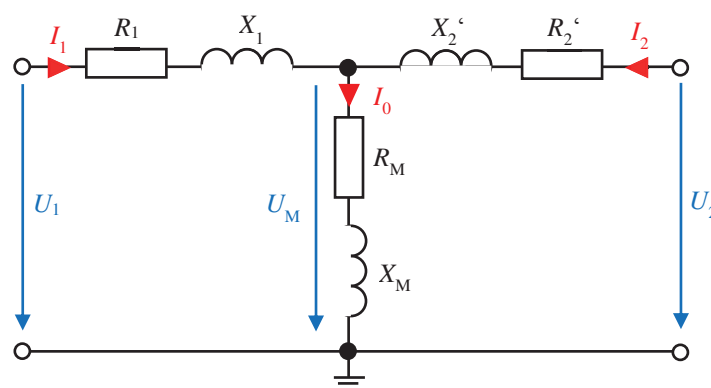
V kapitole II je uvedený popis výpočtu pozdĺžnej rezistancie a reaktancie vinutí (v medi) ako aj priečnej rezistancie (v železe) a magnetizačnej reaktancie pomocou štandardných štítkových údajov transformátora pre model dvojvinuťového transformátora pomocou náhradného T-článku. V kapitole III je následne uvedený princíp vytvorenia trojfázového modelu dvojvinuťového transformátora pomocou uvažovania vzájomných väzieb medzi jednotlivými vinutiami.

II. PARAMETRE TRANSFORMÁTORA A NÁHRADNÁ SCHÉMA TRANSFORMÁTORA

Náhradná schéma predstavuje usporiadanie jednotlivých prvkov, ktoré čo najpresnejšie vystihujú fyzikálnu podstatu činnosti transformátora. Náhradná schéma sa využíva pre účely analýzy prevádzkových stavov transformátora.

Základné katalógové údaje výkonových transformátorov sú: [6]

- Menovitý výkon: S_n [kVA]
- Menovité napätie primárnej strany: U_{1n} [V]
- Menovité napätie sekundárnej strany: U_{2n} [V]
- Spôsob zapojenia vinutí a hodinový uhol napr. Ynd1
- Straty transformátora naprázdno: ΔP_0 [W]
- Straty transformátora nakrátko: ΔP_k [W]
- Percentuálny prúd naprázdno: $i_0\%$ [%]
- Percentuálne napätie nakrátko: $u_k\%$ [%]



Obr. 2 Náhradná schéma transformátora v tvare T – článku

Popis častí náhradnej schémy popisujúcich určité fyzikálne vlastnosti transformátora:

- U_1 napätie na vstupnej strane transformátora
- U_2 napätie na výstupnej strane transformátora
- I_1 prúd vstupnej strany transformátora
- I_2 prúd výstupnej strany transformátora
- I_0 prúd transformátora naprázdno
- R_1 rezistencia vstupného vinutia transformátora
- R_2' rezistencia výstupného vinutia transformátora prepočítaná na stranu vstupného napätia
- X_1 reaktancia vstupného vinutia transformátora
- X_2' reaktancia výstupného vinutia transformátora prepočítaná na stranu vstupného napätia
- R_M činný odpor reprezentujúci tepelné straty v železe, hysterézne straty a straty vírivými prúdmi
- X_M vzájomná reaktancia zodpovedajúca časti rozptylového magnetického poľa jedného vinutia, ktorá indukuje napätie v druhom vinutí [3]

Spôsob výpočtu parametrov uvedený v nasledujúcich vzťahoch je výpočet pre zapojenie transformátora do hviezdy a náhradnú schému so sériovým radením prvkov priečnej vetvy. Vzťahy pre výpočet sú upravené do podoby priameho dosadenia katalógových údajov.

$$R_1 = R_2' = \frac{\Delta P_k}{2} \cdot \frac{U_{1n}^2}{S_n^2} \quad (2.1)$$

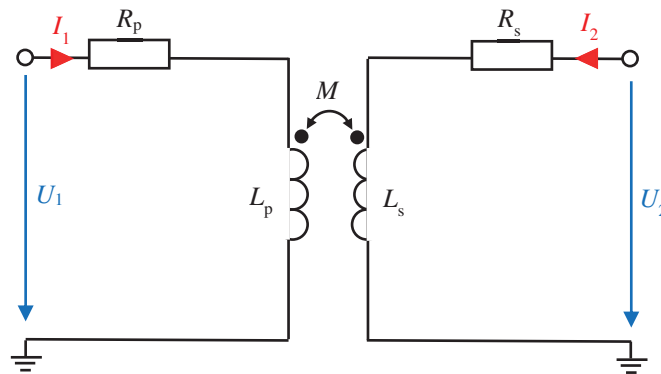
$$X_1 = X_2' = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{u_{K(\%)}}{100} \cdot \frac{U_{1n}^2}{S_n} \right)^2 - \left(\Delta P_k \cdot \frac{U_{1n}^2}{S_n^2} \right)^2} \quad (2.2)$$

$$R_M = \frac{\Delta P_0 \cdot U_{1n}^2}{\left(\frac{i_{0\%}}{100} \cdot S_n \right)^2} \quad (2.3)$$

$$X_M = \sqrt{\left(\frac{U_{1n}^2}{\frac{i_{0\%}}{100} \cdot S_n} \right)^2 - \left(\frac{\Delta P_0 \cdot U_{1n}^2}{\left(\frac{i_{0\%}}{100} \cdot S_n \right)^2} \right)^2} \quad (2.4)$$

III. VYTVÁRANIE MATEMATICKÝCH MODELOV TROJFÁZOVÝCH DVOJVINUŤOVÝCH TRANSFORMÁTOROV

Pre vytváranie modelov transformátorov je použitá metóda uzlových napätí. Náhradnú schému transformátora je možné modelovať aj náhradnou schémou s využitím vzájomnej indukčnosti M medzi vinutiami.



Obr. 3 Náhradná schéma transformátora s využitím vzájomnej indukčnosti medzi vinutiami

Analýzou náhradnej schémy s využitím vzájomnej indukčnosti a náhradnej schémy v tvare T-článku a ich porovnaním získavame nasledujúci vzťah:

$$\begin{bmatrix} \dot{Y}_{pp} & \dot{Y}_{ps} \\ \dot{Y}_{sp} & \dot{Y}_{ss} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\dot{Y}_1 \cdot (\dot{Y}_2 + \dot{Y}_0)}{\dot{Y}_1 + \dot{Y}_2 + \dot{Y}_0} & -\frac{\dot{Y}_1 \cdot \dot{Y}_2}{\dot{Y}_1 + \dot{Y}_2 + \dot{Y}_0} \\ -\frac{\dot{Y}_1 \cdot \dot{Y}_2}{\dot{Y}_1 + \dot{Y}_2 + \dot{Y}_0} & \frac{\dot{Y}_2 \cdot (\dot{Y}_1 + \dot{Y}_0)}{\dot{Y}_1 + \dot{Y}_2 + \dot{Y}_0} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

kde:

$\dot{Y}_{pp}$ je vlastná admitancia primárnej strany,
 $\dot{Y}_{ss}$ je vlastná admitancia sekundárnej strany,
 $\dot{Y}_{ps}$, resp. $\dot{Y}_{sp}$ sú vzájomné indukčnosti medzi primárnou a sekundárnou stranou

Pre náhradnú schému v tvare T-článku je $\dot{Y}_1$ admitancia primárnej vetvy, $\dot{Y}_2$ admitancia sekundárnej vetvy a $\dot{Y}_0$ admitancia priečnej vetvy pričom:

$$\dot{Y}_1 = \frac{1}{R_1 + jX_1} = \frac{1}{R_p + jX_p} \quad (3.2)$$

$$\dot{Y}_2 = \frac{1}{R_2 + jX_2} = \frac{1}{R_s + jX_s} \quad (3.3)$$

$$\dot{Y}_0 = \frac{1}{R_M + jX_M} \quad (3.4)$$

Podrobnejšou analýzou, implementovaním prevodu „a“ a koeficientu hodinového uhla „h“ môžeme zapísať:

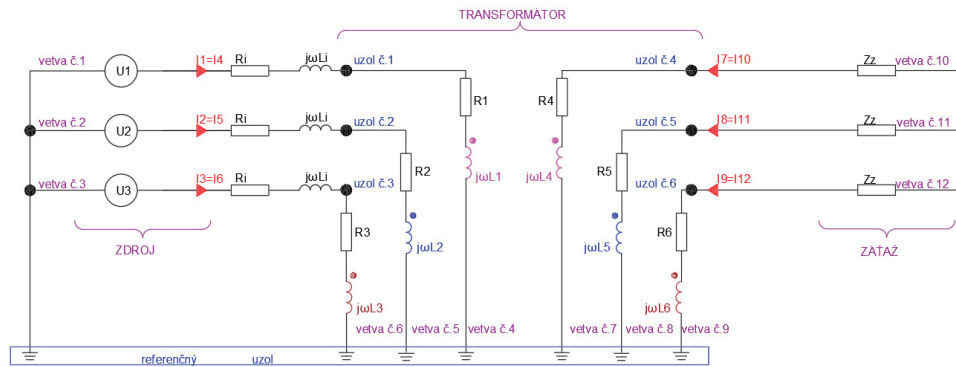
$$\dot{Y}_{pp} = \frac{\dot{Y}_1 \cdot (\dot{Y}_2 + \dot{Y}_0)}{\dot{Y}_1 + \dot{Y}_2 + \dot{Y}_0} \quad (3.5)$$

$$\dot{Y}_{ss} = \frac{\dot{Y}_1 \cdot (\dot{Y}_2 + \dot{Y}_0)}{\dot{Y}_1 + \dot{Y}_2 + \dot{Y}_0} \cdot a^2 \quad (3.6)$$

$$\dot{Y}_{ps} = \frac{\dot{Y}_1 \cdot \dot{Y}_2}{\dot{Y}_1 + \dot{Y}_2 + \dot{Y}_0} \cdot a \cdot e^{-j30^\circ \cdot h} \quad (3.7)$$

$$\dot{Y}_{sp} = \frac{\dot{Y}_1 \cdot \dot{Y}_2}{\dot{Y}_1 + \dot{Y}_2 + \dot{Y}_0} \cdot a \cdot e^{j30^\circ \cdot h} \quad (3.8)$$

A. Vytváranie modelu pre zapojenie Ygyg



Obr. 4 Náhradná schéma transformátora v zapojení Ygyg

Prvým krokom je topologická príprava a definovanie admitančnej matice vetiev. Zanedbaním admitancií medzi vetvami rozdielných fáz, ktoré sú v porovnaní s uvažovanými zanedbateľné môžeme zapísať:

$$[Y] = \begin{bmatrix} \dot{Y}_{pp} & 0 & 0 & \dot{Y}_{ps} & 0 & 0 \\ 0 & \dot{Y}_{pp} & 0 & 0 & \dot{Y}_{ps} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{Y}_{pp} & 0 & 0 & \dot{Y}_{ps} \\ \dot{Y}_{sp} & 0 & 0 & \dot{Y}_{ss} & 0 & 0 \\ 0 & \dot{Y}_{sp} & 0 & 0 & \dot{Y}_{ss} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{Y}_{sp} & 0 & 0 & \dot{Y}_{ss} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

V prípade zapojenia (Yd, Dy) budú vlastné admitancie trojuholníkovej strany transformátora tretinové a vzájomné admitancie predelené $\sqrt{3}$. V prípade zapojenia Dd, Dz budú všetky prvky matice (3.9) tretinové. V prípade zapojenia Yz budú submatice vzájomnej indukčnosti predelené $\sqrt{3}$ a v prípade Dz budú vlastné admitancie trojuholníkovej strany a vzájomné admitancie tretinové. Z dôvodu rešpektovania referenčného spôsobu zapojenia do hviezdy pri výpočte parametrov a rešpektovania efektívneho pomeru b.

Efektívny pomer vyjadruje pomer združených napätí podľa vzťahu (zapojenie Yd):

$$b = \frac{U_{AB}}{U_{ab}} = \frac{\sqrt{3}U_A}{U_a} = \sqrt{3} \quad (3.10)$$

Druhým krokom je vytvorenie prvej redukovanej incidenčnej matice, ktorá vyjadruje spôsob zapojenia vinutí transformátora. V zjednodušenom spôsobe je možné použiť pre každý spôsob zapojenia Y, D, z jednu incidenčnú maticu. Napríklad pri jednofázovom zaťažení transformátora Dy môže vplyvom nesprávne zvolenej incidenčnej matice dochádzať k nesprávnemu poradiu prúdov. Preto je možné pre implementovanie hodinového uhla využiť presnú incidenčnú maticu ako je uvedené v [7]. Druhým spôsobom je využitie koeficientu „h“ vo vzťahoch (3.7) a (3.8) kde sa pomocou koeficientu „h“ upraví hodinový uhol s ohľadom na zvolenú orientáciu prúdov v topologickej príprave a hodinový uhol vyplývajúci zo zvoleného (referenčného) zapojenia.

$$[K_{rT}] = \begin{bmatrix} [K_{rY}] & 0 \\ 0 & [K_{rY}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$$[\bar{Y}] = [K_{rT}]^T \cdot [Y] \cdot [K_{rT}] = \begin{bmatrix} Y_{pp} & 0 & 0 & Y_{ps} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{pp} & 0 & 0 & Y_{ps} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{pp} & 0 & 0 & Y_{ps} \\ Y_{sp} & 0 & 0 & Y_{ss} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{sp} & 0 & 0 & Y_{ss} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{sp} & 0 & 0 & Y_{ss} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Tab. 1 Prehľad vytvorených modelov z pohľadu submatic uzlovej admitačnej matice

Spôsob zapojenia	Vlastné admittance		Vzájomné admittance	
	$[Y_{pp}]$	$[Y_{ss}]$	$[Y_{ps}]$	$[Y_{sp}]$
Ygyg	$[Y_I] \cdot \dot{Y}_{pp}$	$[Y_I] \cdot \dot{Y}_{ss}$	$[Y_I] \cdot \dot{Y}_{ps}$	$[Y_I] \cdot \dot{Y}_{sp}$
Ygy	$[Y_{II}] \cdot \dot{Y}_{pp}$	$[Y_{II}] \cdot \dot{Y}_{ss}$	$[Y_{II}] \cdot \dot{Y}_{ps}$	$[Y_{II}] \cdot \dot{Y}_{sp}$
Ygd	$[Y_I] \cdot \dot{Y}_{pp}$	$[Y_{II}] \cdot \dot{Y}_{ss}$	$[Y_{III}]^T \cdot \dot{Y}_{ps}$	$[Y_{III}] \cdot \dot{Y}_{sp}$
Yyg	$[Y_{II}] \cdot \dot{Y}_{pp}$	$[Y_{II}] \cdot \dot{Y}_{ss}$	$[Y_{II}] \cdot \dot{Y}_{ps}$	$[Y_{II}] \cdot \dot{Y}_{sp}$
Yy	$[Y_{II}] \cdot \dot{Y}_{pp}$	$[Y_{II}] \cdot \dot{Y}_{ss}$	$[Y_{II}] \cdot \dot{Y}_{ps}$	$[Y_{II}] \cdot \dot{Y}_{sp}$
Yd	$[Y_{II}] \cdot \dot{Y}_{pp}$	$[Y_{II}] \cdot \dot{Y}_{ss}$	$[Y_{III}]^T \cdot \dot{Y}_{ps}$	$[Y_{III}] \cdot \dot{Y}_{sp}$
Dyg	$[Y_{II}] \cdot \dot{Y}_{pp}$	$[Y_I] \cdot \dot{Y}_{ss}$	$[Y_{III}] \cdot \dot{Y}_{ps}$	$[Y_{III}]^T \cdot \dot{Y}_{sp}$
Dy	$[Y_{II}] \cdot \dot{Y}_{pp}$	$[Y_{II}] \cdot \dot{Y}_{ss}$	$[Y_{III}] \cdot \dot{Y}_{ps}$	$[Y_{III}]^T \cdot \dot{Y}_{sp}$
Dd	$[Y_{II}] \cdot \dot{Y}_{pp}$	$[Y_{II}] \cdot \dot{Y}_{ss}$	$[Y_{II}] \cdot \dot{Y}_{ps}$	$[Y_{II}] \cdot \dot{Y}_{sp}$
Ygzg1	$[Y_I] \cdot \dot{Y}_{pp}$	$[Y_I] \cdot \dot{Y}_{ss}$	$[Z11] \cdot \frac{\dot{Y}_{ps}}{\sqrt{3}}$	$[Z11]^T \cdot \frac{\dot{Y}_{sp}}{\sqrt{3}}$
Ygzg5	$[Y_I] \cdot \dot{Y}_{pp}$	$[Y_I] \cdot \dot{Y}_{ss}$	$[Z7] \cdot \frac{\dot{Y}_{ps}}{\sqrt{3}}$	$[Z7]^T \cdot \frac{\dot{Y}_{sp}}{\sqrt{3}}$
Ygzg7	$[Y_I] \cdot \dot{Y}_{pp}$	$[Y_I] \cdot \dot{Y}_{ss}$	$[Z5] \cdot \frac{\dot{Y}_{ps}}{\sqrt{3}}$	$[Z5]^T \cdot \frac{\dot{Y}_{sp}}{\sqrt{3}}$
Ygzg11	$[Y_I] \cdot \dot{Y}_{pp}$	$[Y_{II}] \cdot \dot{Y}_{ss}$	$[Z1] \cdot \frac{\dot{Y}_{ps}}{\sqrt{3}}$	$[Z1]^T \cdot \frac{\dot{Y}_{sp}}{\sqrt{3}}$

kde:

$$[Y_I] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, [Y_{II}] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}, [Y_{III}] = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix},$$

$$[Z1] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, [Z5] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix},$$

$$[Z7]=\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}, [Z11]=\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

IV. ZÁVER

Matematický model dvojvinuťového trojfázového transformátora je možné realizovať pre rôzne účely analýzy prúdových a napäťových pomerov v elektrizačnej sústave rôznymi spôsobmi. V Tab. 1 v kapitole III sú uvedené všetky kombinácie štandardne používaných zapojení primárnych, resp. sekundárnych vinutí dvojvinuťových transformátorov, ktoré je možné použiť, či už na jednoduché (idealizované) alebo zložitejšie analýzy ustálených stavov v elektrizačných sústavách. Spôsob prevádzky elektrickej siete má vplyv na výber jej vhodného modelu. Jednotlivé spôsoby prevádzky sietí sa líšia napríklad spôsobom uzemnenia uzla transformátora. V prípade sietí s priamo uzemneným uzlom transformátora (nn, vvn a zvn) je vhodné použiť model vinutia transformátora Yg. V prípade sietí s izolovaným uzlom transformátora (vn), kde nie je uzol transformátora vyvedený a je izolovaný od zeme je možné použiť model vinutia transformátora Y. Ďalším spôsobom je neúčinné uzemnenie uzla transformátora. Pri potrebe modelovania takéhoto zapojenia vinutia transformátora je možné použiť model Yg a vytvoriť ďalšiu vetvu, ktorej impedanciu je možné zvoliť v závislosti od veľkosti impedancie neúčinného uzemnenia (napr. Petersenovej tlmivky).

Verifikáciou vytvorených modelov a porovnaním získaných výstupov s výstupmi simulačných programov je možné zhodnotiť správnosť vytvorených modelov. Pred prípadnou aplikáciou vytvorených modelov je dôležité sa bližšie oboznámiť so spôsobom ich vytvárania.

V. POĎAKOVANIE

Túto prácu podporila Vedecká grantová agentúra Ministerstva školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky a Slovenskej akadémie vied grantom VEGA č. 1/0372/18

REFERENCIE

- [1] ZASKALICKÝ, Pavel : Elektrické stroje. 1. vyd. Košice : TU , 2015. 135 s. ISBN 978-80-553-2117-2.
- [2] VARGA, L. - ILENIN, S. : Prenos a rozvod elektrickej energie. 1. vyd. Košice : TU, 2012. 120 s. ISBN 978-80 553-1177-7.
- [3] KANÁLIK, Martin : Vplyv parametrov distribučných transformátorov 22/0.4 kV na potrebu kompenzácie činných strát vplyvom ich prúdu naprázdno. FEI TUKE 2013
- [4] CORZO, S. M. a kol. : Grounded wye – grounded zigzag transformer connection modelling in phase coordinates for steady-state studies. IJAEM 2015
- [5] CHEN, T. a kol. : Three-phase cogenerator and transformer models for distribution system analysis. IEEE Transactions on Power Delivery 1991
- [6] Katalógy BEZ transformátory : Distribučné transformátory. BEZ
- [7] PARMAR, Jignesh : Understanding Vector Group of Transformer (Part 1) . Institution of Engineers (MIE), India 2012